AMBIENTE VIRTUAL PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

Domingo Márquez Ortega; Miguel de Nazareth Pineda Becerril; Juan Carlos Axotla García; Ana Karen de la Luz Oliva

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM México

marquez_od@yahoo.com.mx, mnazarethp@gmail.com, c_axotla@unam.mx, ak_unam17@hotmail.com
0445517305574; 0445528573008; 0445591993108; 0445538276635

RESUMEN

En el presente trabajo se ilustran algunas figuras geométricas, en un estudio teórico-práctico iniciado en el área de la geometría analítica, con el fin de desarrollar un sitio web, de aprendizaje. Por lo cual un grupo de docentes y alumnos realizó un desarrollo de modelación con el fin de crear escenarios didácticos de aplicación, como alternativa para mejorar la enseñanza de las cónicas, incorporando a la vez interfaces de usuario gráficas lo más natural e intuitivas posibles. La representación y manipulación de objetos en forma dinámica son un medio excelente para desarrollar habilidades básicas de pensamiento analítico, síntesis creativa y abstracción, teniendo presente ambientes vistosos, amigables y atractivos para el estudiante. Permitiendo explorar alternativas en la búsqueda de construcciones, para comprender los problemas planteados, implementando de esta forma los objetos que nos lleven a la modelización virtual permitiendo ver, jugar, experimentar, etc. Estableciendo así el manejo de información espacial y que gracias al uso del software libre Matemático Geogebra. Efectuando simulaciones espaciales, medidas, cálculos, etc. Estableciendo en forma visual y algebraica su representación de las funciones cuadráticas, con el propósito de establecer ciertas interrelaciones de correspondencia, en forma dinámica generando la posibilidad de llegar a una estructura de conocimiento representativa, para establecer un vínculo referente para el estudiante por medio de la modelación. Para cortar la brecha entre los conceptos teóricos de los contenidos y pasar a la modelación gráfica que genere un aprendizaje significativo. En diversas ocasiones nos enfrentamos a muy diversas

problemáticas y sin lograr entender o llegar a la esencia de las cosas, es por eso que con el apoyo de los escenarios didácticos; donde se trabaja la gráfica para la geometría de matemáticas, nos permito realizar presentaciones de forma ilustrativa y dinámica.

Palabras Clave: representación, función cuadrática, modelación gráfica

Modalidad de participación: Ponencia

Eje temático V: Nuevas tecnologías, materiales didácticos y transformación educativa.

1. Introducción

Para determinar una traslación en un objeto se aplica para cambiar su posición a lo largo de la trayectoria *t* una línea recta de una dirección de coordenadas a otra. Convertimos un punto bidimensional al agregar las distancias de traslación, t_x y t_y a la posición de coordenadas original (x, y) para mover el punto a una nueva posición (x’, y’).

$$x' = x + t_x \quad , \; y' = y + t_y \qquad (1.1)$$

El par de distancia de traslación (t_x , t_y) se llama vector de traslación o vector de cambio. Podemos expresar las ecuaciones de traslación 1.1 como una sola ecuación matricial al utilizar vectores de columna para representar las posiciones de coordenadas y el vector de traslación:

$$P = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad , \quad P = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} \quad , \quad T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \qquad (1.2)$$

Esto nos permite expresar las dos ecuaciones de traslación bidimensional en la forma de matriz:

$$P' = P + T \qquad (1.3)$$

Se aplica una rotación bidimensional en un objeto al cambiar su posición a lo largo de la trayectoria de una circunferencia en el plano de xy. Para generar una rotación, especificamos un ángulo de rotación θ y la posición (x_r, y_r) del punto de rotación (o punto pivote) en torno al cual se gira el objeto. Los valores positivos para el ángulo de rotación definen rotaciones en sentido opuesto a las manecillas del reloj alrededor del punto pivote, y los valores negativos giran los objetos en la dirección del reloj. También es posible describir esta transformación como una rotación sobre el eje de rotación que es perpendicular al plano xy y pasa a través del punto pivote.

Primero determinamos las ecuaciones de transformación para la rotación de la posición de un punto P cuando el punto pivote está en el origen de las coordenadas. Las relaciones angulares y de coordenadas de la posiciones de puntos originales y transformadas se muestran en la figura 1. Al utilizar identidades trigonométricas estándar, podemos expresar las coordenadas transformadas en términos de los ángulos θ y φ como:

$$\begin{aligned} x' &= r\,cos\,(\varphi+\theta) = r\,cos\,\varphi\,cos\,\theta - r\,sen\,\varphi\,sen\,\theta \\ y' &= r\,sen\,(\varphi+\theta) = r\,cos\,\varphi\,sen\,\theta + r\,sen\,\varphi\,cos\,\theta \end{aligned} \tag{1.4}$$

Las coordenadas originales del punto en las coordenadas polares son:

$$x = r\,cos\,\varphi\,,\ y = r\,sen\,\varphi \tag{1.5}$$

Al sustituir expresiones 1.2 en las ecuaciones 1.4, obtenemos las ecuaciones de transformación para girar un punto en la posición (x, y) a través de un ángulo θ alrededor del origen:

$$\begin{aligned} x' &= x\,cos\,\theta - y\,sen\,\theta \\ y' &= x\,sen\,\theta + y cos\,\theta \end{aligned} \tag{1.6}$$

Con las representaciones del vector de columna 1.2 para las posiciones de coordenadas, podemos expresar las ecuaciones de rotación en forma de matriz:

$$P' = R * P \qquad (1.7)$$

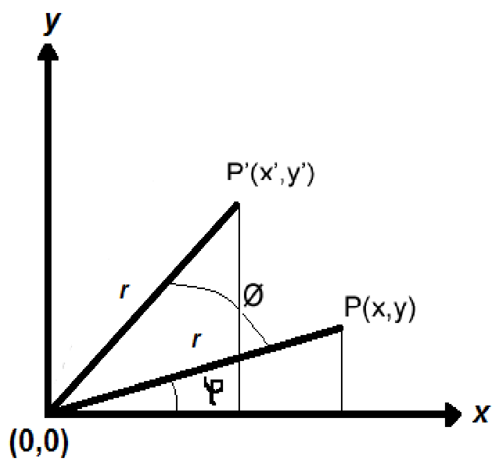

Figura 1. Rotación de un punto desde la posición $P(x, y)$ a la posición $P'(x', y')$ a través de un ángulo θ con respecto del origen de las coordenadas. El desplazamiento angular original del punto desde el eje de las x es φ.

Donde la matriz de rotación es:

$$R = \begin{bmatrix} cos\ \theta & -sen\ \theta \\ sen\ \theta & cos\ \theta \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Cuando las posiciones de coordenadas se representan como vectores de renglón en vez de vectores de columna, el producto de la matriz en la ecuación de rotación 1.7 se transpone, de modo que el vector de coordenadas de renglón transformado $[x', y']$ se calcula como:

$$\begin{aligned} P'^{T} &= (R * P)^{T} \\ &= P^{T} * R^{T} \end{aligned}$$

Donde $P^{T} = [x, y]$ y se obtiene la transposición R^{T} de la matriz R con solo cambiar el signo de los términos del seno.

Dada la dificultad de esta asignatura durante los últimos años en el bachillerato y los primeros del nivel superior la necesidad de evaluar las implicaciones del conocimiento así como las habilidades que el estudiante debe desarrollar para la materia de Geometría Analítica. La justificación es comprender el tema de traslación y rotación de las cónicas y alcanzar un rendimiento académico donde se incorporen entre otros aspectos: el mejoramiento de la docencia, y el uso de tecnologías al proceso de la enseñanza-aprendizaje, como complemento de manera gradual con diversos escenarios didácticos, y el uso del software Geogebra, el cual ofrece una interfaz gráfica permite relacionar conceptos permitiendo al alumno analizar y comprender los elementos y hacer uso del lenguaje analítico, las gráficas tienen un desarrollo que sustenta una construcción de conocimiento matemático Flores (2005), Cen (2006) y Torres (2004) que han aportado información sobre el tipo de graficas que se encuentran actualmente en el bachillerato.

Permitiendo mostrar los objetos con sus propiedades (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre) de manera dinámica.

Por todo lo anterior, como bien lo menciona (Suarez y Cordero, 2009) la gráfica aporta evidencias de las relaciones que se establecen entre las características situación de cambio y variación y la forma de la gráfica que se quiera obtener. El objetivo general del curso es que el estudiante desarrolle habilidades de observación, análisis e interpretación de diversos fenómenos naturales, económicos, sociales a través de modelos algebraicos, gráficos y que sea capaz de utilizar un lenguaje matemático apropiado.

El contenido temático comprende tres unidades que son:

Unidad I. La Recta: Esta unidad se orienta a la medición de la distancia entre dos puntos, el cálculo de la distancia media y las propiedades de paralelismo, perpendicularidad y pendiente de la función lineal que representa una línea recta.

Unidad II. La Circunferencia: Esta unidad se orienta a la representación gráfica y a la relación entre el centro, radio, circunferencia y a su lugar geométrico y la traslación de sus ejes de referencia.

Unidad III. La Parábola: Esta unidad se orienta a la representación gráfica de una función cuadrática en el Plano Cartesiano y la ubicación de puntos notables en ella, tales como vértice y focos; sus elementos tales como lado recto, directriz y sus propiedades como concavidad.

DESARROLLO O METODOLOGÍA

La idea fue trabajar con las cónicas y algunas de las transformaciones geométricas fundamentales como la traslación y rotación, para poder observar el comportamiento en la función para que el estudiante se apropiara del conocimiento y le fuera significativo. Es por eso que desde un punto de vista de la teoría del Concepto Figural, al objeto geométrico se le puede pensar de dos formas: como objetos y como conceptos Fischbein (1993). Por medio del software Geogebra, dándose un trato formal a dichas cantidades (magnitud), (Keisler, 2000). Estos supuestos están en conformidad con la idea de Leibniz (Kleiner, 2003) de visualizar a las curvas cerradas. Lo cual permitió que el tema de rotación t traslación de ejes de la asignatura de Geometría Analítica se abordara bajo aspectos disciplinarios y tecnológicos así como profesionales para contribuir en el aprendizaje, como se puede ilustrar en la figura 1. Donde básicamente se trabajó una figura en este caso un pentágono para lograr una visualización. En diversas ocasiones nos enfrentamos a muy diversas problemáticas y sin lograr entender o llegar a la esencia de las cosas, es por eso que con el apoyo de los escenarios didácticos; donde se trabaja la gráfica para la geometría de matemáticas, nos permito realizar presentaciones de forma ilustrativa y dinámica.

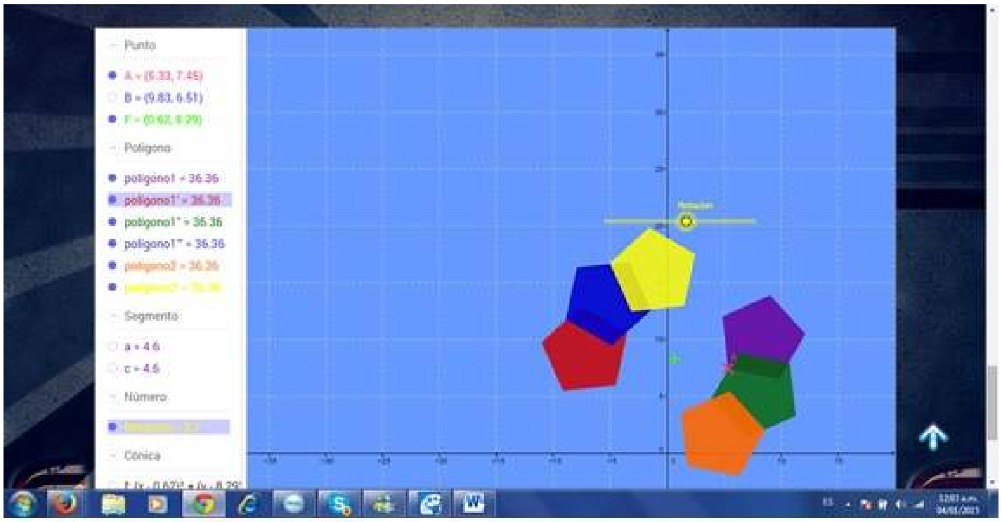

Fig. 1. Forma ilustrativa de la rotación de una figura.

Se tiene el trazo una figura geométrica en este caso un pentágono colorido y por medio de un deslizador se genera movimiento. En la figura 2 se muestra un escenario didáctico por medio de una animación de trayectorias correspondientes a líneas rectas.

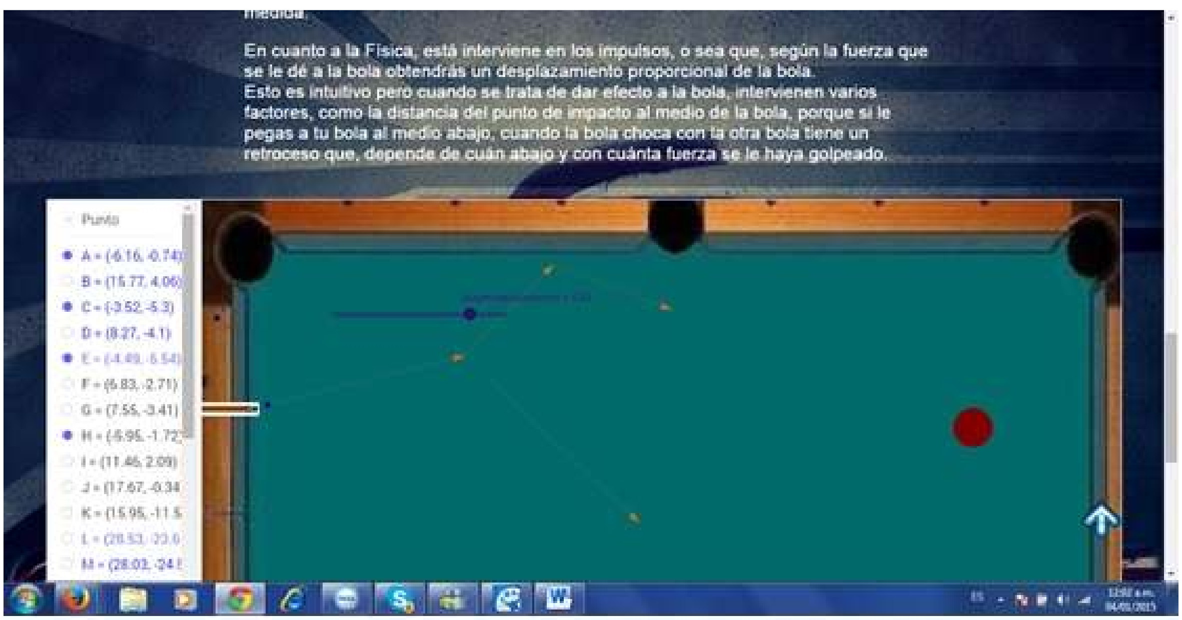

Fig. 2. Escenario didáctico de trayectorias lineales.

En la Figura 3 por medio del escenario de un cañón se muestra el tiro parabólico logrando la manipulación de la altura, amplitud recrear diferentes trayectorias y preguntar al alumno que sucede si cambiamos el ángulo de inclinación, velocidad, etc.

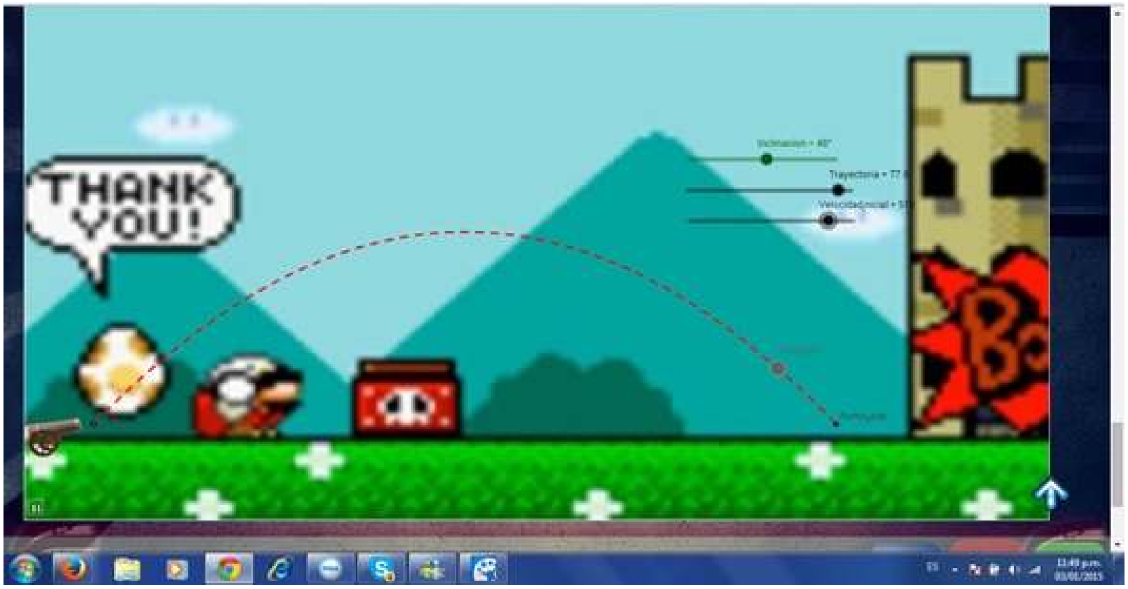

Fig. 3. Trayectoria de un Tiro Parabólico.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Las cónicas, como se ilustra en la figura 4 se da un descripción de las datos que la integran, mostrando un colorido al que se hace referencia.

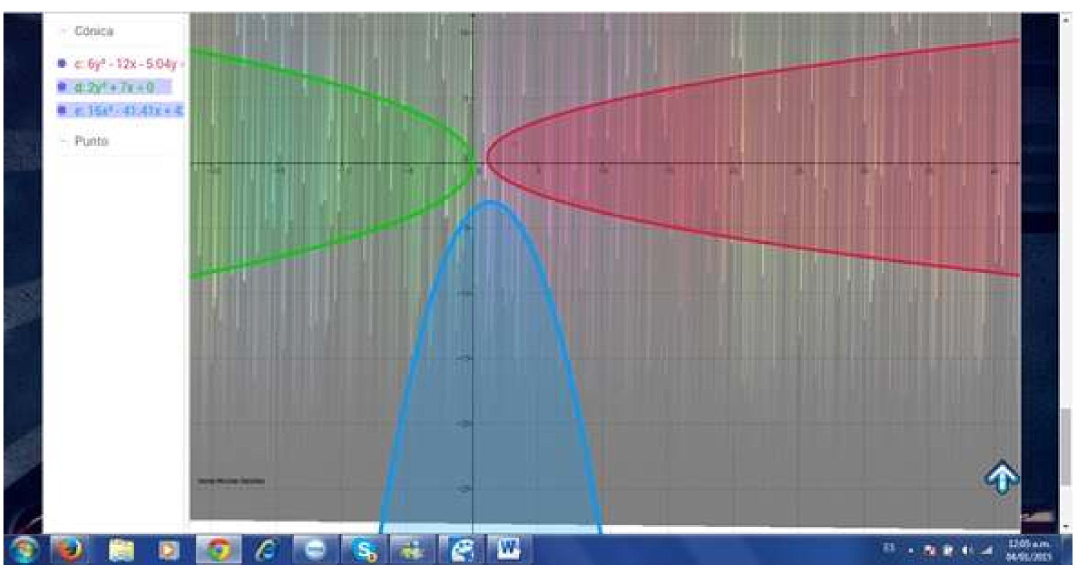

Fig. 4. La Parábola desde diferentes lados

En la siguiente figura 5 se muestra la elipse con la rotación y traslación

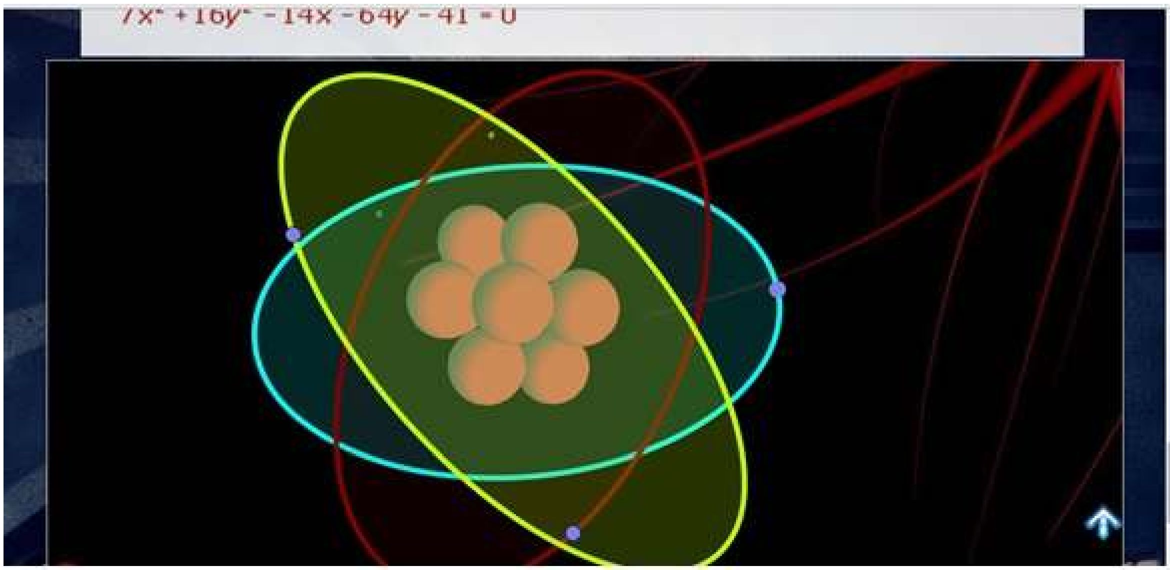

Fig. 5. Escenario Didáctico de la Elipse.

Con el uso de Geogebra se puede ilustrar y obtener animaciones que desarrollen el pensamiento creativo de la forma analítica

CONCLUSIONES

La incorporación del software para la creación de ambientes (escenarios) creativos en el desarrollo de los contenidos del programa de Geometría Analítica, en el salón podría generar una reflexión en el estudiante, lo cual propiciaría un aprendizaje significativo.

Esta forma de interactuar trae consigo consecuencias como: cambiar la forma de como el alumno percibe las matemáticas, motivar y promover a una práctica dinámica y sobretodo recreativa de aprender, así como un medio para el desarrollo de habilidades, actitudes y el conocimiento.

Los recursos fundamentales: el software Geogebra como una herramienta para el desarrollo de la práctica docente.

Referencias bibliográficas

Cen, C. (2006) Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Fischbein, E. (1993). *The theory of figural concepts*. Educational Studies in Mathematics*,* 24, 139-162.

Flores, R. (2005) El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Keisler, J. H. (2000) "Elementary Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Mathematics Education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics*. *53* (3), 255 – 270.calculus: an infinitesimal approach", http://www.infinitesimals.com/, Octuber 2007.

Kleiner, I. (2003). History of the infinitely small and the infinitely large in calculus. *Educational Studies in Mathematics*. *48* (2-3), 137 – 174

Suárez T. L. y Cordero O. F. (2009). Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio Socio epistemológico. CFIE, CINVESTAV – IPN

Torres, A. (2004) La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis de Maestría no publicada del Programa de Maestría del CICATA-IPN.